

PDE数值解练习

1、考虑求解一阶线性双曲型方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (a > 0)$$

的一个改进的迎风格式：

$$u_j^{n+1} = \{a\lambda\}u_{j-[a\lambda]-1}^n + (1 - \{a\lambda\})u_{j-[a\lambda]}^n,$$

式中 $[a\lambda]$ 表示 $a\lambda$ 的整数部分（即不超过 $a\lambda$ 的最大整数）， $\{a\lambda\}$ 表示 $a\lambda$ 的小数部分，而 $\lambda = \tau/h$ 是网格比。证明它是一个无条件稳定的格式。

2、讨论求解

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

的Wendroff隐式差分格式

$$(1 + a\lambda)u_{j+1}^{n+1} + (1 - a\lambda)u_j^{n+1} - (1 - a\lambda)u_{j+1}^n - (1 + a\lambda)u_j^n = 0$$

的精度及稳定性。令 $a > 0$ ，加上初边值条件后写出计算步骤，其中 $\lambda = \tau/h$ 为网格比。