

PDE数值解练习

1、讨论求解对流方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

的差分格式

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{\lambda}{2}(3u_j^n - 4u_{j-1}^n + u_{j-2}^n)$$

的截断误差及稳定性。在上式中， $\lambda = \tau/h$ 为网格比。

2、将题1中的差分格式改为

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \lambda(2u_j^n - 3u_{j-1}^n + u_{j-2}^n),$$

讨论其截断误差及稳定性。

3、讨论扩散方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, a > 0$$

的差分格式

$$\frac{3}{2} \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\tau} - \frac{1}{2} \frac{u_j^n - u_j^{n-1}}{\tau} = a \frac{u_{j+1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j-1}^{n+1}}{h^2}$$

的精度及稳定性。