

《《 拓扑学基础 》》 期末考试

姓名:

学号:

成绩:

一、(30 分) 叙述并证明同伦提升定理。

二、(30 分) 叙述 Lyusternik-Shnirel'man 定理并利用它来证明下述断言: 设 F_1 为 S^2 上闭集, F_2, F_3 为 S^2 上开集, 且 F_1, F_2, F_3 构成 S^2 的一个覆盖, 则存在 $i \in \{1, 2, 3\}$, 使得 F_i 包含一对对径点。

三、(30 分) 令 $S^i = \{x : x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{i+1}^2 = 1, 0 = x_{i+2} = x_{i+3} = \cdots\}$, $S_+^i = \{x \in S^i : x_{i+1} \geq 0\}$, $S_-^i = \{x \in S^i : x_{i+1} \leq 0\}$ 。给定 S^n 的一个中心对称的三角剖分, 使得每一个 $S_+^i, S_-^i, i \leq n$ 都是若干三角片的不交并。证明在该单纯复形上任一保对径点的单纯映射的映射度都是奇数。

四、(20 分) 试阐述拓扑学与其它数学分支的联系及其在科学与工程中的应用。